POLIEDRO
REVISTA DE LA UNIVERSIDAD DE SAN ISIDRO

REVISTA DE DIFUSIÓN ACADÉMICA
ISSN 2718-6318
Año II | Número 4 | Marzo 2021

La fascinación del poliedro

Roberto Doberti [1]
roberto.doberti@gmail.com

[1] Arquitecto por la FADU / UBA. Doctor por la Universidad Nacional de Rosario. Investigador y Profesor Titular Emérito UBA. Director de la Maestría en Lógica y Técnica de la Forma. Fundador del Instituto de la Espacialidad Humana. Creador y Profesor Titular de la materia Teoría del Habitar. Integrante del Consejo Académico de la Asociación de Filosofía Latinoamericana y Ciencias Sociales. Integrante del Consejo Académico del Doctorado en Diversidad Cultural de la Universidad Nacional de Tres de Febrero. Ex Director del Doctorado FADU-UBA. Ex Secretario de Investigación FADU-UBA. Evaluador de Proyectos de Investigación para diversas universidades. Director de tesis de Maestría y de Doctorado.

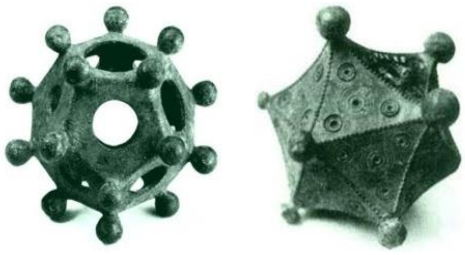
Un recorrido sin límites de tiempo, espacio ni disciplinas

Desde hace miles de años los poliedros han producido una suerte se seducción o embrujo y la propia palabra tiene resonancias intensas y ricas. No extraña, y creo que es acertada, la decisión de utilizar el término *Poliedro* para designar a la revista y a la editorial de la Universidad de San Isidro. Voy a desarrollar algunas de las razones que justifican esa fascinación y atender a las resonancias provocadas.

Si bien es posible encontrar la presencia directa o implícita de los poliedros en las más diversas culturas vamos a centrarnos en los desarrollos de lo que podemos llamar Occidente. La elaboración explícita y racionalmente expuesta se ubica –por realidad o costumbre- en la Grecia Clásica. Sin embargo, es necesario marcar que los poliedros regulares se conocían desde el neolítico –hay piedras talladas encontradas en Escocia que datan de 2000 años a. C.- y muy elaboradas y bellas piezas producidas por los etruscos y otros pueblos itálicos hacia 500 años a. C. *(figuras 1 y 2).*

Figura 1

Figura 2



De todos modos, es en ese despertar de la racionalidad –para ser más más precisos debemos decir de *una racionalidad* que se extenderá y se impondrá como única y absoluta- cuyo inicio podemos ubicar alrededor del siglo VI anterior a nuestra era.

Es ahí y desde ese entonces que no solo se genera un saber geométrico acerca de los poliedros sino también una potente seducción y se despliegan resonancias que exceden el ámbito matemático. Perfección, belleza, claves armónicas y metafísicas son atributos que parecen tan inseparables de esas formas como sus caras y vértices. Todavía hoy, o quizás cada vez más intensamente, la palabra poliedro nos remite a estos ámbitos y las resonancias se amplían porque cada ámbito se abre a nuevos lugares del pensamiento y de la imagen.

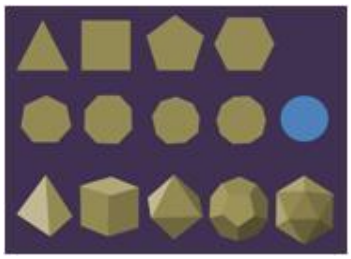
Existen infinidad de poliedros y de tipos de poliedros, pero la primera referencia está siempre concentrada en los cinco poliedros regulares. Por lo menos tres grandes nombres de la antigüedad griega se les asocian: Pitágoras, Teeteto y Platón. Este último, por el influjo que tuvieron sus principios filosóficos y por el desarrollo que hace del tema tuvo el honor –por decirlo de alguna manera- de que esas formas fueran designadas *sólidos platónicos*. Varios siglos después Euclides hará su aporte y los neoplatónicos contribuirán a fortalecer la veneración.

No está mal hablar de veneración porque esa fue una de las actitudes básicas que provocaron esas conformaciones que son compendio de la simplicidad y la complejidad, de lo claramente ordenado y difícilmente recordado –pedir a la mayoría de las personas, aun con estudios secundarios o terciarios, que dibujen un dodecaedro o un icosaedro demuestra los escasamente asimilada que fue esa configuración-. La otra actitud –como consecuencia del embeleso y la inquietud- que sobresalió entre esos hombres que no estaban dispuestos a la aceptación pasiva de lo que aparecía en su horizonte, fue el asombro.

El desarrollo de la geometría –ya muy elaborada y ensalzada en la Grecia clásica- se hizo en el plano, en lo que hoy llamaríamos espacio bidimensional,

y ello pesa mucho en Platón y en Euclides. El caso es que los análogos de los poliedros regulares en el plano son los polígonos regulares y estas figuras componen una sucesión infinita que parte del triángulo, el cuadrado y amplía de manera incesante el número de lados acercándose progresivamente al círculo. Una extrapolación simple y directa, pero errónea, diría que sus análogos en el espacio tridimensional también constituirían una sucesión infinita, ahora con aproximación a la esfera. Pero asombrosamente no es así: hay cinco y solo cinco poliedros regulares *(figura 3).*

Figura 3



Definamos ahora los términos que estamos usando: un poliedro es un volumen limitado por caras planas, un poliedro regular es aquél cuyas caras son polígonos regulares iguales y tal que todos sus vértices pueden ubicarse sobre una misma superficie esférica.

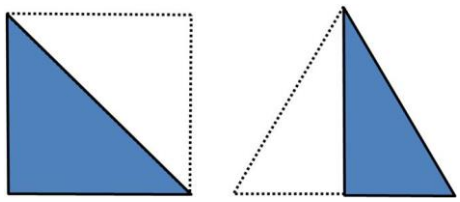
Pocas y excelentes

El asombro debió ser muy grande: incorporar una dimensión –pasar de un espacio de dos dimensiones a otro de tres- no es algo simple y más o menos mecánico, sino algo que cambia principios y modalidades esenciales. El espacio tridimensional asume muchas de las reglas del plano, pero tiene también condiciones propias. Resulta que en el mar del espacio tridimensional emergen cinco islas que piden atención, que se evidencian perfectas, bellas y anulan todo intento de emergencia de cualquier competidora e impiden la anulación de ninguna de ellas: son los poliedros platónicos que resonarán en el intelecto y en la sensibilidad, que tomarán lugar en múltiples disciplinas y campos productivos.

Suele atribuirse a Pitágoras –todo lo que se relaciona con Pitágoras gira siempre entre lo genial, lo misterioso y lo dudoso- el establecimiento de los poliedros y, en especial la construcción del dodecaedro, construcción que la propia escuela o secta prohibió difundir según versiones poco comprobables. Más cerca de la comprobación se halla el trabajo de Teeteto, aunque con menos glamour.

Pero dónde quiero posar la mirada es en Platón, en el Timeo de Platón. Ahí hay muchas cosas de interés, entre ellas la constatación de que Platón sabía geometría y, en consecuencia, que la advertencia –que distintas versiones muy posteriores dicen que estaba en el portal de los jardines de Academos- según la cuál no debía entrar quien no supiera geometría, no era una vana señal de arrogancia, sino que tenía asidero. Platón parte, muy claramente, del plano y hace algo extraño –por lo menos para nuestra visión actual- para quien tratará de los poliedros: inicia la cuestión con los triángulos. De los infinitos triángulos posibles Platón selecciona dos y a ellos les acuerda efectivo valor y existencia plena –el criterio de excelencia que es propio de los poliedros regulares Platón ya lo aplica a los triángulos-. Ningunos de los dos es regular, pero uno de ellos es la mitad del triángulo equilátero y el otro es la mitad de un cuadrado –ambos polígonos se construyen directamente por simetría especular- con lo que tiene las caras de cuatro de lo poliedros regulares *(figura 4)*. A partir de esto describe, de una manera que hoy nos parece innecesariamente compleja, pero que es lógicamente correcta, la constitución de los cuerpos.

Figura 4



Hasta aquí estamos en el ámbito de la geometría, pero Platón no se contenta con esto, Platón pretende mucho más. Platón recibe como herencia de los desarrollos filosóficos anteriores la teoría de los elementos, teoría que con ánimo contemporizador o ecléctico Empédocles había confirmado como teoría de los cuatro elementos: tierra, aire, agua y fuego. La idea de reducir la heterogeneidad de las cosas del mundo a la combinación de unos pocos elementos o principios puede sonar extraña y hasta descabellada, sin embargo, marca una voluntad decisiva por comprender y explicarse lo que aparece mil veces multiplicado y confuso. Esto tuvo muchos intentos, por ejemplo. en la cultura tradicional china también se mencionan cinco elementos, pero ellos son fuego, tierra, agua, metal y madera. El proceso milenario culmina con la tabla periódica de los elementos creada por Mendeléyev en 1869 –mientras manipulaba lúdicamente unas tarjetas con la intención de facilitar la comprensión de sus estudiantes- y perfeccionada por Henry Moseley en 1913, poco antes de morir a los 27 años por una bala en la cabeza durante la primera gran guerra. Como se ve la historia de los elementos es notable, salta por los siglos y se asocia a lo relativamente azaroso y a los conflictos bélicos.

Volviendo al momento fundacional digamos que, aunque ya había antecedentes de lo que va a hacer, Platón lleva su propuesta al nivel de canon inamovible. La cuestión es un poco más compleja, pero lo cierto es que Platón se encuentra con cuatro elementos y con cinco formas excelentes, perfectas y como primera acción se pasa de los elementos materiales a las inteligibles formas espaciales. Pero esos elementos son cuatro, los poliedros son cinco y el criterio general de armonía y correspondencias del pensamiento platónico se sentiría menoscabado. Los poliedros regulares son cinco y son insobornables, la solución es crear un quinto elemento –en la escolástica se hablará de quinta esencia- al que se denomina éter.

Etéreo pero resistente

La maniobra fue sensacional. Fue sensacional por varios motivos: amplió el campo de aplicación o presencia de los poliedros pues ya no se trata de algo relevante, pero constreñido a la geometría, ahora participan de modo decisivo en la ontología, a partir de ellos se completa el repertorio de las bases de *lo que hay*. La postulación de existencia de un elemento sutil y nobilísimo tendrá vigencia durante milenios, de hecho, recién hace poco más de un siglo, se desechó su existencia, y la repercusión y uso del término está todavía plenamente vigente. Asimismo, se resolvió de manera drástica la cuestión del vacío, más precisamente otorgó un argumento específico a la idea del *horror vacui* que luego se expresaría bajo la fórmula *la naturaleza aborrece el vacío*. Permitió la elaboración, lógicamente consistente, de ese magnífico mecanismo que constituyó el cosmos de Ptolomeo, fundado asimismo en ideas aristotélicas *(figura 5).*

Figura 5

Otra vez un ejemplo de perdurabilidad: ese modelo cosmológico tuvo prolongada vigencia y será solo después de la propuesta de Copérnico sustentada con rigor por Galileo y Kepler que cederá como interpretación del universo.

Si se analizan los trece libros que conforman los Elementos de Euclides –alrededor del año 300 a.C.- se verifica que la demostración de la existencia de cinco y solo cinco poliedros regulares es la última demostración del tratado. Esto permitirá decir a Proclo, unos siete siglos después –creo que el

neoplatonismo de Proclo lo lleva a una exageración- que toda la obra estaba destinada a culminar con esa demostración. El teorema es simple –en rigor en Euclides ni siquiera se trata de una Proposición, tal como los denomina Euclides, sino de un Lema o corolario- pero es significativo el lugar que se le asigna.

Tal como anticipamos estos cuerpos perfectos tienen presencia en diversos campos, excediendo el espacio de la geometría, y lo hacen a lo largo de muchos siglos. Johannes Kepler (1571-1630) publica en 1596, se trata entonces, de una obra temprana, *Mysterium Cosmographicum*; en ese trabajo se declara abiertamente copernicano, pero lo que aquí importa es que propone una organización del sistema solar donde los seis planetas conocidos –lógicamente para Kepler eran los únicos existentes- tienen determinada su ubicación según el principio de inscripción sucesiva de los poliedros regulares habiendo entre ellos napas esféricas que ayudan a esa regulación *(figura 6).* No solo los poliedros regulares ingresan en la astronomía, sino que lo hacen al mismo tiempo en la teología. Kepler, espíritu tan hondamente racional como religioso, plantea que Dios no podía haber dispuesto las distancias de los planetas al sol de manera arbitraria y que en su suprema sabiduría no podría haberse guiado por nada mejor que los poliedros regulares.

Figura 6

Casi un siglo antes Luca Pacioli publica *La divina proporción*. Recoge y amplía la noción de media y extrema razón, ya presente en Euclides, y la expone con rigor y belleza aplicada a los poliedros regulares –en rigor son el dodecaedro y el icosaedro los que están regidos por esa proporción- siendo magistralmente ilustrada mediante dibujos atribuidos, no sin razones, a Leonardo da Vinci *(figuras 7 y 8)*. Los insistentes poliedros platónicos serán venerados y utilizados por los artistas y arquitectos del Renacimiento y también mucho más allá en el tiempo.

Figura 7

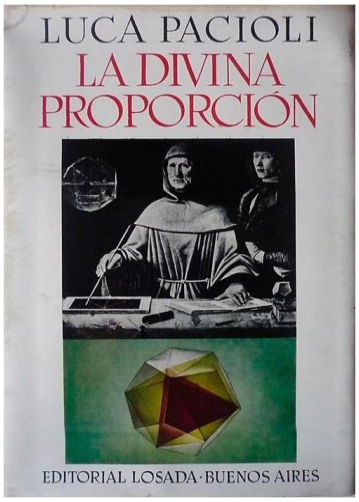
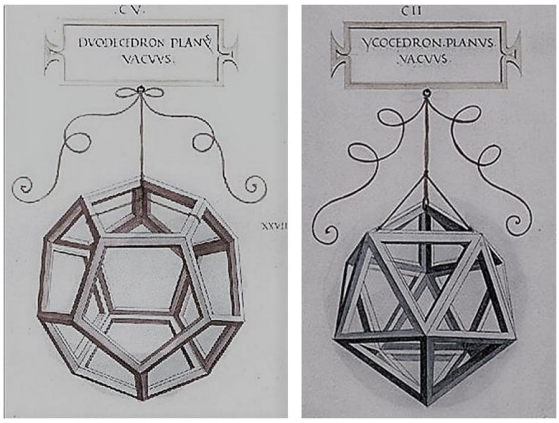


Figura 8



Ese eximio artista y geómetra que fue Alberto Durero en *Los cuatro Libros de la medida* publicado en 1525 analiza los poliedros platónicos y otros más, y muestra sus desarrollos planos lo que es prueba suficiente de que sabía y amaba aquello que trataba. Sin embargo, quizás lo más notorio está en su conocido, complejo y enigmático grabado titulado *Melancolía (figura 9)*. En él ocupa un lugar muy relevante un poliedro que aparece como algo relativamente complejo, pero que en una sutil maniobra lo elabora con el simple procedimiento de truncar dos vértices opuestos de un cubo.

Figura 9

Son muchos los artistas del Renacimiento que tuvieron amplios conocimientos de geometría y estuvieron también enamorados de los poliedros, pero no puedo evitar mencionar a Fra Giovanni da Verona quien realizó casi increíbles trabajos de taraceados representando armarios con puertas abiertas donde se acomodan numerosos objetos entre los que sobresalen poliedros en muchos casos muy complejos *(figura 10)*.

Figura 10

Algo más tarde, en la etapa del manierismo, en lo que yo me atrevo a denominar "erótica de los poliedros" cabe señalar la obra del orfebre y grabador Wenzel Jamnitzer. Publica en 1568 *Perspectiva Corpurum Regularium*, que está compuesta por 120 formas en las que hay configuraciones para cada uno de los poliedros regulares *(figura 11)*.

Figura 11

Hay aquí varias cosas notables: en primer lugar una destreza operativa y una capacidad para imaginar variantes de cada poliedro realmente abrumadoras, en segundo lugar la asociación de los poliedros no solo con los elementos sino también con las letras vocales –en fin, parece que los poliedros

platónicos se pudieron asociar con todo lo que venía en número de cinco, entre ello con los sentidos, aunque es probable que haber reconocido cinco sentidos sea más bien consecuencia de buscar esa asociación- y en tercer lugar resulta que el texto no dice ni explica nada de las construcciones en perspectiva que lo componen, pero es tan poderoso el influjo de esa lógica y método de representación del espacio que aparece aún en lugares donde no habría mayores motivos para mencionarla.

Ya en el siglo XX son muchos los artistas que impusieron en sus obras a los poliedros, pero solo mencionaré cuatro obras, dos realizadas por Maurits C. Escher y las otras dos por Salvador Dalí.

Las de Escher son las tituladas *Estrellas* y *Mi cascada (figuras 12 y 13)*.

Figura 12

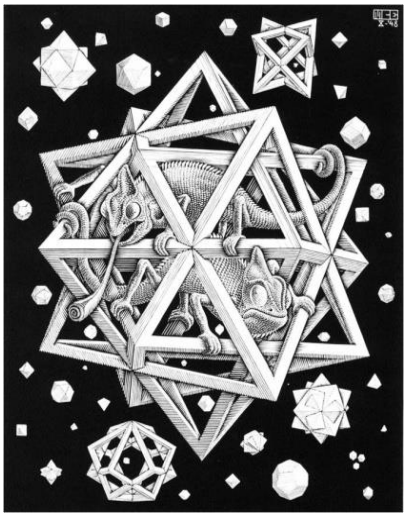


Figura 13

En la primera Escher construye un alucinante y alucinado universo donde las estrellas son entrecruzamientos de poliedros y donde la figura central y dominante es un simétrico cruce de tres octaedros habitado por dos peculiares lagartos. En la segunda los poliedros entrecruzados aparecen en los coronamientos de las torres del castillo donde circula una cascada imposible que se recircula en sí misma. De Dalí rescatamos o resaltamos *La Última Cena* que se celebra en el interior de un dodecaedro del que se muestra la zona superior y *Crucifixión Corpus Hypercubus (figuras 14 y 15)*.

Figura 14

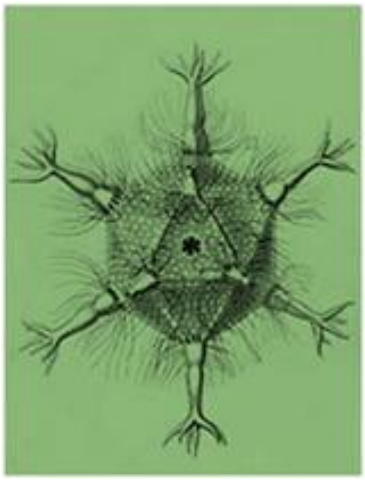
Figura 15

En este último caso, además del valor estético y simbólico, se destaca la cuestión del hipercubo, con lo que se extiende la noción de poliedro a la de polítopo. Un polítopo regular es un equivalente o análogo a un poliedro regular en espacios de cualquier número de dimensiones; cuando el número excede de tres se pudieron definir por medios analíticos sus propiedades, aunque no pueden ser percibidos de manera integral. El cuadro de Dalí no presenta estrictamente un hipercubo sino una sus proyecciones en el espacio tridimensional, que es lo máximo a lo que podemos aspirar y que, por cierto, no es poco.

La fascinación del poliedro avanza en todos los campos y su presencia se manifiesta en muchos de ellos. En el mundo de la naturaleza la cristalografía verificó la organización según estructuras poliédricas en la estructura íntima de lo mineral y lo orgánico. Merecen una especial mención los trabajos de Ernst Haeckel (1834-1919) ese extraordinario biólogo y dibujante, figura que se oscurece por su racismo que lo ha vinculado con las justificaciones del nazismo y otras posturas igualmente contrarias al reconocimiento de la dignidad humana sin restricciones. Sus más de mil bocetos y acuarelas son de gran belleza, y alta precisión considerando los medios instrumentales de la época. La *Circogonia Icosahedra radiolaris* –organismo unicelular muy

pequeño, en la mayoría de los casos porciones muy menores al milímetro-muestra con claridad la estructura poliédrica del microorganismo *(figura 16)*.

Figura 16



En el campo de la técnica merece ser mencionado ese riguroso y creativo diseñador que fue Buckminster Fuller. Sus cúpulas geodésicas conocidas y construidas por doquier son redes de bases poliédricas y, aunque menos difundida su idea de elaborar planisferios proyectando la esfera sobre las caras de un icosaedro concéntrico es muy simple, ingeniosa y conveniente *(figura 17 y 18)*.

Figura 17

Figura 18

Y siendo el icosaedro el poliedro regular más próximo a la esfera esto hace que las proyecciones sobre los triángulos tengan poca deformación, y por otro lado, la posibilidad de desplegarlo de distintas maneras posibilita elegir entre ellas la que resulte más adecuada según lo que se quiera ver en términos de proximidad y vinculaciones.

Dualidad y polisemia

Los poliedros regulares presentan dos rasgos de gran interés. El primero de ellos es más frecuentemente transitado; de trata del principio de dualidad o correspondencia. Se puede describir así: si se toman los centros de las caras de un sólido platónico como vértices, se construye o determina otro sólido platónico. De esta manera, si considero los centros de las caras de un cubo, obtengo los seis vértices de un octaedro y me basta unirlos ordenadamente para definir las aristas y caras. Del cubo y el octaedro se dice que son duales o correspondientes *(figura 19)*.

Figura 19

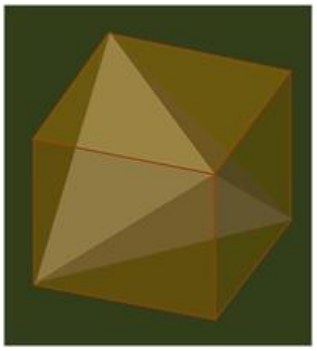
Si el poliedro elegido es el icosaedro los centros de sus caras definen los veinte vértices del dodecaedro, y otra vez es suficiente unir prolijamente esos vértices para construirlo en totalidad; el icosaedro y el dodecaedro son duales o correspondientes. Finalmente, si hago lo mismo a partir del tetraedro el resultado es otro tetraedro, se dice entonces para consolarlo, que el tetraedro es autodual.

La propiedad de dualidad es recursiva y entonces, si se parte de un cubo y se determina por los centros de sus caras un octaedro, pueden elegirse los centros de las caras triangulares y construir un cubo en su interior y así sucesivamente. Lógicamente, el cubo inicial puede entenderse originado por un octaedro que lo contenga, de modo que la sucesión de los duales es infinita en crecimiento y en decrecimiento.

Es más relevante, pero menos señalada, la cuestión de la polisemia o, en otros términos, de la posibilidad de más de una interpretación o lectura de los poliedros regulares. Señalemos algunos ejemplos simples, pero suficientes para entender el tema –al que Platón no atendió-. Siempre que se refirió al tetraedro lo hizo definiéndolo como pirámide de base triangular, pero esa no es la única mirada posible, es más, creo que con solo ella se pierde algo sustantivo.

Si lo pensamos apoyado en una arista y a ésta la vemos como la diagonal de un cubo que lo inscribe, se verifica que la arista opuesta es la diagonal inversa de la cara superior de ese cubo, de modo las aristas son rectas perpendiculares entre sí separadas en el espacio *(figura 20)*.

Figura 20



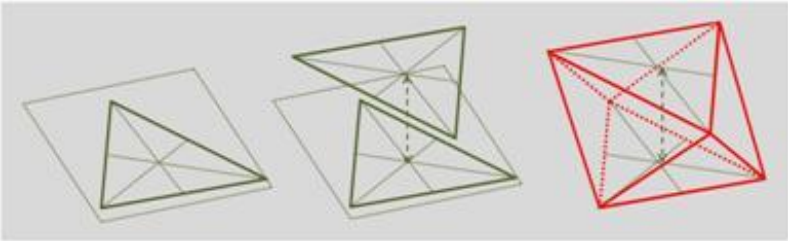
Si miramos ahora las otras aristas resulta que ellas también son diagonales de las caras del cubo y no es difícil verificar que la sección del tetraedro con un plano horizontal a la mita de la altura, según esa disposición, es un cuadrado. Todo esto: relación estructural con el cubo, oposición ortogonal de las aristas, secciones cuadradas, son muy difíciles de apreciar cuando se piensa al tetraedro como pirámide, aunque cabe aclarar que esa interpretación es válida.

Tomemos ahora al octaedro. Suele vérselo como dos pirámides de base cuadrada adosadas por sus bases. Como digresión digamos que las pirámides, por lo menos desde Egipto parecen perseguir al género humano, se replican en templos aztecas y mayas y en muchos construidos en China como sucesión progresiva, son también los modelos más utilizados para representar las organizaciones sociales de toda laya, y ya acristalada hasta preside la plaza del Louvre y, aunque difiere en conformación, preside también con su nombre la Plaza de Mayo.

Bien, volvamos al octaedro y su polisemia. Si se lo apoya sobre una de sus caras en el plano horizontal superior se ubica un triángulo girado respecto del primero, constituyendo ambos en su proyección una estrella de David. Si se unen los vértices de estos dos triángulos se constituye una banda lateral con las otras seis caras triangulares que completan la forma. Por otra parte, si pensamos en tres segmentos iguales siguiendo las tres direcciones del espacio y vinculados por su punto central, los puntos extremos de dichos segmentos son los seis vértices del octaedro cuya unión ordenada configura dicha conformación *(figuras 21 y 22)*.

Figura 21

Figura 22



Con estos ejemplos creo que la polisemia de los poliedros puede darse por confirmada, pero la hermenéutica de los poliedros nos dice algo más, en verdad algo sustantivo.

En geometría se dice que los componentes –caras, aristas y vértices- de los poliedros regulares son indiscernibles, es decir que no tienen diferencia alguna entre ellos. Desde la lógica abstracta esto es cierto, hasta cabe decir que es indubitablemente cierto.

Pero, si se sostiene esta premisa no se puede entenderlos ni percibirlos. Cuando se entiende al tetraedro como pirámide se han discernido sus elementos: hay tres vértices similares entre sí, son los que componen la base y hay otro que se ve diferente, es el punto superior; de la misma manera las tres aristas que construyen la base se diferencian de las que ascienden al vértice superior, y la cara de apoyo se separa perceptualmente de las otras tres. Es claro que es otro el modo en que se disciernen los elementos del tetraedro cuando se lo incluye en el cubo. Lo que sustenta y posibilita la apropiación, en términos de comprensión y de percepción, pueden no ser componentes directos del poliedro, es el caso de los ejes diagonales del octaedro que cumplen esa función en uno de los ejemplos que hemos descripto.

La diferenciación de elementos abstractamente indiscernibles es una condición necesaria y también es cierto que hay varias alternativas de selección. La polisemia y la hermenéutica no solo participan del campo de la palabra, también activan el campo de las formas espaciales.

Arquímedes y Catalán

En la antigua Grecia los espíritus inquietos y creativos, como lo fue de manera eminente Arquímedes, no se contentaron con estos cuerpos de absoluta regularidad, sino que buscaron otros que tuvieron alta regularidad, pero no las exigencias que limitaron la colección a los cinco sólidos platónicos.

Se pensó entonces en poliedros convexos cuyas caras fueran polígonos regulares, pero no todos de la misma especie, sino de dos o más especies distintas. Otra vez algo asombroso: hay trece y solo trece poliedros que satisfacen estas condiciones y, aunque al parecer Arquímedes no construyó la totalidad, son denominados poliedros arquimedianos o semirregulares *(figura 23)*.

Figura 23

La demostración de esto –que incluye demostrar que a lo sumo pueden tener caras de tres especies poligonales, nunca cuatro o más- es bastante más compleja que la correspondiente a los poliedros regulares. Para ambas demostraciones se puede recurrir a mi libro *Espacialidades* que contiene demostraciones rigurosas, pero con menos tecnicismos que las habituales.

De todos modos, es necesario destacar que se requiere el apoyo de un teorema fundamental para los poliedros: el teorema de Euler. Como nota de color mencionemos que Leonhard Euler (1707-1783) uno de los más importantes y prolíficos matemáticos de todos los tiempos, tuvo que dejar Berlín por ser, a juicio del influyente Voltaire, un hombre de carácter

convencional, religioso y por no aportar en los salones la chispa y el juego retórico que los hacía interesantes.

El teorema demuestra que para cualquier poliedro convexo el número de caras más el número de vértices es igual al número de aristas menos dos: c (caras) + v (vértices) = a (aristas) -2 *(figura 24)*.

Figura 24

Estas relaciones –se pueden generalizar para espacios de cualquier número de dimensiones, pero quedémonos aquí en nuestro conocido mundo tridimensional- se mantienen cualquiera sea el poliedro. Para ser gráficos podemos decir que si se parte de un cubo de madera y se cuenta con un serrucho y se empieza a cortar de cualquier modo, todos los trozos, cualquiera sea su conformación satisfacen esa regla.

A estos poliedros, muy bellos y armoniosos se les han asignado nombres extensos y complejos que no recomiendo intentar recordar. En las matemáticas, también en casi todas las disciplinas, hay una manía por inventar palabras complicadas para designar aquello que se haría más simple y comprensivo con la descripción. En geometría viene de lejos, ya Euclides –seguramente recogiendo tradiciones anteriores- clasifica los triángulos en equiláteros, isósceles y escalenos, nombres que casi todos recordamos porque a la edad de la escuela primaria la memoria es eficaz, pero nombres inútiles y para peor sin raíz común que los justifique, cuando todo lo que debe saberse es que los triángulos pueden tener los tres lados iguales, dos

iguales y el otro distinto, o los tres distintos. Para el caso de los poliedros arquimedianos he propuesto una sistemática homogénea para su generación y notaciones más simples y explicativas, pero cuyo desarrollo no es pertinente para este texto.

Para completar los grupos de poliedros que mencionares –por cierto, existen muchos más, pero creo que ya será suficiente- nos referiremos brevemente a los poliedros de Catalan. En el siglo XIX el belga Eugéne Charles Catalan (1814-1894) genera otro grupo de trece poliedros con alto grado de regularidad y armonía. El procedimiento es simple: se trata de aplicar el principio de dualidad a los poliedros arquimedianos, es decir, que se consideran a los centros de sus caras como vértices de los nuevos poliedros. El procedimiento es simple, los resultados son notables: en los cuerpos de origen –los arquimedianos- las caras son polígonos regulares, pero no todas iguales, mientras que en sus duales las caras son todas iguales, pero no son polígonos regulares *(figura 25)*.

Figura 25

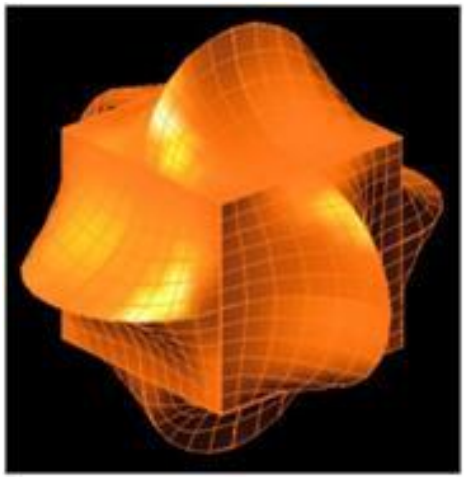
También aquí rige el principio de reversibilidad y consecuentemente se sugiere la imagen de una sucesión infinita de un poliedro de Arquímedes con uno de Catalan.

Kyrtoedros y redes

Con el ánimo de producir conformaciones armoniosas a partir de los poliedros desarrollé un conjunto de cuerpos a los que denominé Kyrtoedros de *kyrto* <curvo>. Se trata de volúmenes basados en los poliedros, pero tales

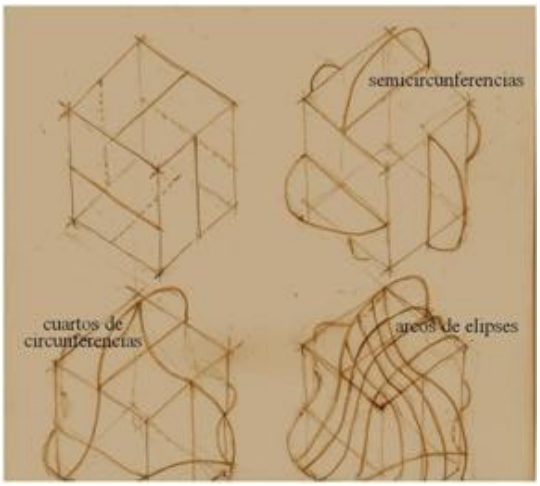
que sus caras sean superficies curvas. Se trata de ir más allá de las simples curvaturas que presentan los antiguos icosaedros etruscos. Voy a presentar solo uno –para mí el más significativo- de esos desarrollos: el Kyrtoedro Elíptico *(figura 26)*.

Figura 26



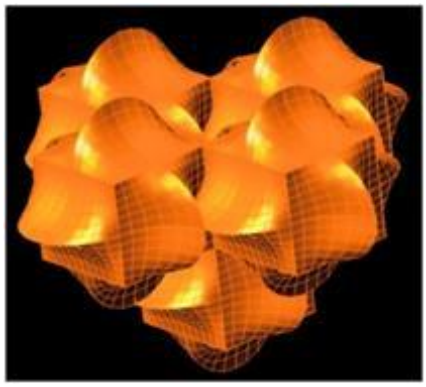
Se parte del cubo y de la estructura constituida por el conjunto de medianas no continuas de sus caras. Se ubican sobre ellas semicircunferencias normales al plano de la cara y desde ahí se disminuye progresivamente la altura generando una sucesión de arcos de elipses que tienden a la recta al acercare a las aristas del cubo *(figura 27)*. El resultado es un bello cuerpo con continuidades, empalmes y simetrías.

Figura 27



Precisamente por el juego de sus líneas cóncavas y convexas ubicadas en las tres direcciones del espacio es posible empalmar estos kyrtoedros y constituir una trama espacial *(figura 28)*.

Figura 28



Esta trama se puede extender en todas las direcciones, pero no cubre el espacio –dicho sea de paso, el único poliedro regular que satura el espacio es el cubo, y el único poliedro semirregular que lo hace es el llamado poliedro de Kelvin, compuesto por ocho hexágonos y seis cuadrados-.

Con todo, a mi juicio, lo más notable fue algo inesperado que pude descubrir ubicado en los intersticios de los espacios libres que deja la trama. Es una forma –que denominé Lírica- que tiene cinco vértices, cuatro caras y seis aristas, tres de ellas arcos circulares y tres segmentos rectilíneos *(figuras 29, 30, 31 y 32)*.

Figura 29

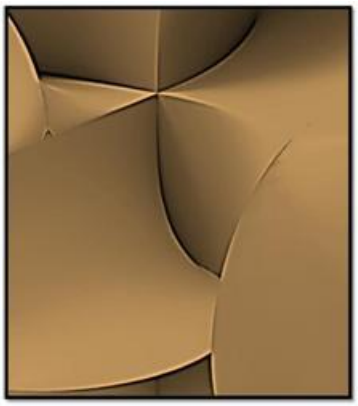


Figura 30

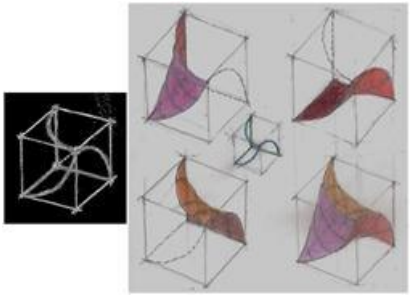


Figura 31

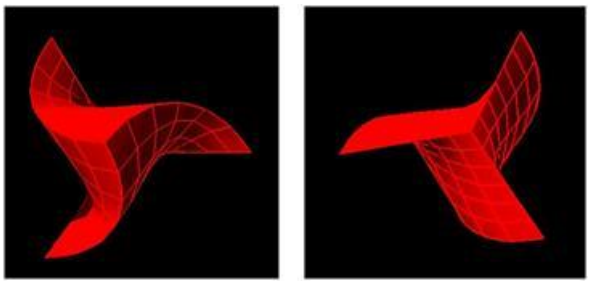


Figura 32

Por último, después de este parágrafo quizás demasiado personal, quiero referirme al vasto campo de las redes poliédricas. Ya no se trata de cuerpos sino de abiertos conjuntos de líneas que guardan relaciones con las estructuras que hemos visto.

Hay redes planas –sobre la base de la red plana de triángulos Euler pudo demostrar ese teorema fundamental de los poliedros- y redes espaciales. El desarrollo de sus clasificaciones y características exceden las posibilidades

de este texto, solo quiero dejar constancia de esta apertura y otra vez señalar las resonancias que suscitan.

Conclusión brevísima, auspiciosa

El poliedro siempre tiene algo importante para decirnos.

Estoy plenamente convencido que la Revista y la Editorial que llevan ese nombre tan noble también nos seguirán diciendo.

Bibliografía

ARISTÓTELES. *Física.* Madrid: Biblioteca Clásica Gredos, 1998.

DOBERTI, Roberto. *Espacialidades*. Buenos Aires: Infinito, 2008.

Morfología y matemática: la recuperación del misterio de la objetividad y la polisemia. Cuadernos de la Forma. SEMA. Buenos Aires, 1997.

The construction of geometry and the geometry of construction. Journal of Mathematics & Design nº 4. Buenos Aires, 2004.

DURERO, Alberto. *De la medida*. Madrid: Akal, 2000.

EGGERS LANG, Conrado. *El nacimiento de la matemática en Grecia*. Buenos Aires: Eudeba, 1995.

EUCLIDES. *Elementos.* Madrid: Biblioteca Clásica Gredos, 1991.

GHYKA, Matila C. *Estética de las proporciones en la naturaleza y en las artes*. Barcelona: Poseidón, 1977.

JAMNITZER, Wenzel. *Perspectiva Corpurum Regularium.* Edición facsimilar, Madrid: Siruela, 1993.

KOYRÉ, Alexander. *Del mundo cerrado al universo infinito*. Madrid: Siglo XXI, 1998.

KHUN, Thomas. *La revolución copernicana.* Barcelona: Planeta-Agostini, 1993.

PACIOLI, Luca. *La divina proporción*. Buenos Aires: Losada, 1946.

PLATON. *Timeo.* En tomo VI de *Diálogos*, Madrid, Gredos, 1983.

PROCLO. *Elementos de teología.* Aguilar, Buenos Aires, 1965.